

Mirosław WOJTYŁA<sup>1</sup>

## NORMALIZACJA W ZAKRESIE NIEPEWNOŚCI POMIARÓW WSPÓLRZĘDNOŚCIOWYCH

**Streszczenie:** Celem artykułu jest uporządkowanie dostępnych informacji z zakresu niepewności pomiarów współrzędnościowych oraz przygotowanie do szerokiego wdrożenia w przemyśle metody szacowania niepewności opracowanej w ATH i zwalidowanej w ramach projektu EMPIR EURAMET numer 17NRM03 "Standards for the evaluation of the uncertainty of coordinate measurements in industry EUCoM" koordynowanego przez Alessandro Balsamo (INRIM).

**Słowa kluczowe:** niepewność pomiaru, budżet niepewności, ISO 15530, propagacja błędów

## STANDARDIZATION IN THE SCOPE OF THE UNCERTAINTY OF COORDINATE MEASUREMENTS

**Summary:** The aim of the paper is to organize the available information on the uncertainty of coordinate measurements and to prepare for wide implementation in the industry the method of estimating uncertainty developed at ATH and validated under the EMPIR EURAMET project number 17NRM03 "Standards for the evaluation of the uncertainty of coordinate measurements in industry EUCoM" coordinated by Alessandro Balsamo (INRIM).

**Keywords:** measurement uncertainty, uncertainty budget, ISO 15530, error propagation

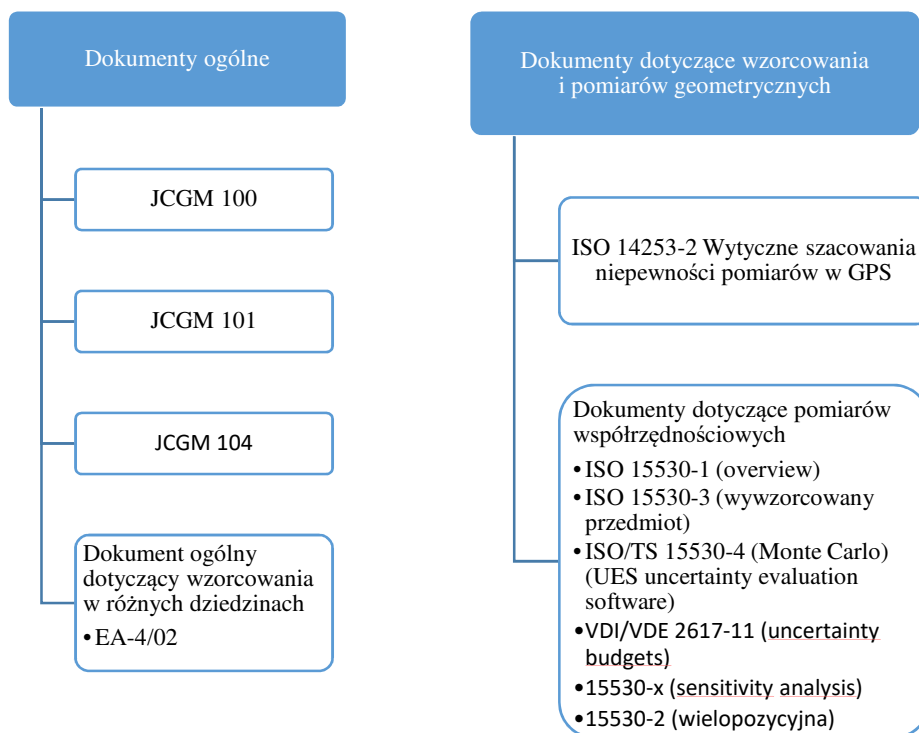
### 1. Wstęp

Analizę literatury dotyczącej niepewności pomiaru, jak również studiowanie tej problematyki, należy zacząć od przeglądu powszechnie znanych dokumentów, wśród których szczególne znaczenie ma tzw. Przewodnik GUM, na który obecnie składa się kilka dokumentów – tutaj wymieniamy 3 z nich JCGM 100, 101 i 104 [1, 2, 3], które są lub w najbliższym czasie będą dostępne również w języku polskim. Dokumenty te występują również pod nazwą ISO/IEC Guide 98-3. Na uwagę zasługują również dokumenty EA-4/02 i ISO 14253-2 [4, 5]. W obszarze metrologii współrzędnościowej ważne są ISO 15530-1, -3, -4 [6, 7, 8, 9], a szczególnie drugi z wymienionych, który jest normą – pozostałe to obecnie specyfikacje techniczne. Warto również wspomnieć o VDI/VDE 2617-11 [10]. Na rysunku 1 pokazano hierarchię wymienionych

---

<sup>1</sup> Akademia Techniczno-Humanistyczna, Wydział Budowy Maszyn i Informatyki, Katedra Technologii Maszyn i Automatykacji, Laboratorium Metrologii, mwojtyla@ath.bielsko.pl

dokumentów. Pierwsze 3 to dokumenty ogólne, zawierające przykłady z różnych dziedzin metrologii. Z metrologii wielkości geometrycznych nie ma w nich ciekawego przykładu. Jest przykład dotyczący wzorcowania płytki wzorcowej ale nim mogą być zainteresowane jedynie nieliczne laboratoria. Dokumentem ogólnym jest również EA-4/02 dotyczący niepewności pomiaru przy wzorcowaniu. Pomiarów geometrycznych dotyczy ISO 14253-2 i od niego warto zacząć czytanie norm. Na rysunku 1 pokazano jeszcze dokumenty dotyczące pomiarów współrzędnościowych.



Rysunek 1. Hierarchia dokumentów dotyczących niepewności pomiaru

Najlepiej znany jest dokument JCGM 100, którego pierwsza wersja, w języku polskim jest dostępna już od 1995 roku. Aktualny dokument jest datowany na 2008 rok. Jest dostępna polska wersja językowa zatytułowana: Ewaluacja danych pomiarowych. Przewodnik wyrażania niepewności pomiaru. Dostępny jest również dokument JCGM 104, który stanowi wstęp (Evaluation of measurement data — An introduction to the “Guide to the expression of uncertainty in measurement” and related documents) oraz dokument JCGM 101, w którym zawarto informacje dotyczące metody Monte Carlo w zastosowaniu do propagacji rozkładów prawdopodobieństwa (Evaluation of measurement data — Supplement 1 to the “Guide to the expression of uncertainty in measurement” — Propagation of distributions using a Monte Carlo method). W JCGM 104 warto zwrócić uwagę na wielopoziomowe modele pomiaru i na rozróżnienie między propagacją rozkładów i propagacją niepewności.

Niezależnym od wcześniej wymienionych jest dokument EA-4/02 który dotyczy niepewności pomiaru w czasie wzorcowania. W tym dokumencie znajduje się m.in. przykład dotyczący wzorcowania suwmiarek i przykład wzorcowania pierścienia. W przykładzie dotyczącym wzorcowania pierścienia warto zwrócić uwagę na pojęcie pod-budżetu. Pomiarów geometrycznych dotyczy norma ISO 14253-2 pt. Kontrola wyrobów i wyposażenia pomiarowego za pomocą pomiarów. Część 2: Wytyczne szacowania niepewności pomiarów w GPS, przy wzorcowaniu wyposażenia pomiarowego i sprawdzaniu wyrobów. W dokumencie tym warte uwagi jest szczegółowo opisane postępowanie przy szacowaniu niepewności pomiaru średnicy wałka mikrometrem. Poza tym jest przykład wzorcowania pierścienia ustawczego i pomiar okrągłości za pomocą okrągłościomierza. W następnych rozdziałach podano więcej szczegółów o zawartości poszczególnych dokumentów.

## 2. Omówienie dokumentów

### 2.1. Etapy szacowania niepewności pomiaru

W JCGM 104 znajdujemy stwierdzenie, że szacowanie niepewności składa się z 2 etapów: sformułowania problemu oraz propagacji niepewności i podsumowania. W pierwszym etapie, po określeniu wielkości wyjściowej i wielkości wejściowych kluczową kwestię stanowi opracowanie modelu pomiaru.

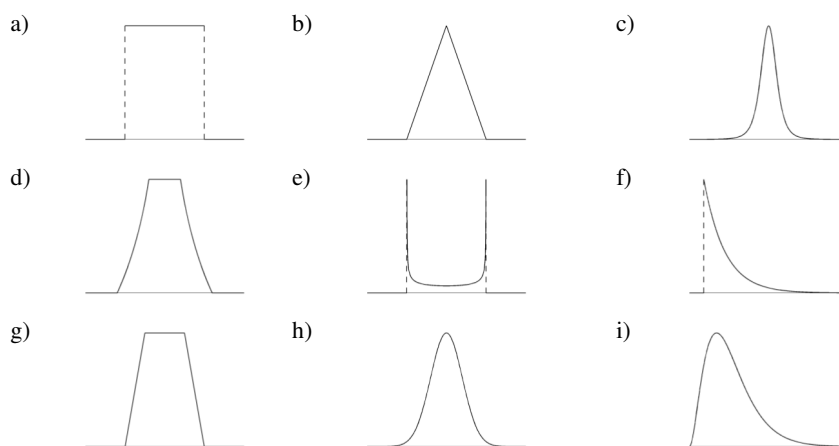
Warto zwrócić uwagę, że często mamy do czynienia z bardzo prostymi modelami, w których wielkość wyjściowa jest mierzona bezpośrednio i ewentualnie korygowana przez dodanie poprawek uwzględniających warunki wykonywania pomiaru. Przykładem takich pomiarów jest pomiar długości (np. średnicy wałka mikrometrem) i ewentualne uwzględnienie poprawki na odkształcenia sprężyste czy poprawki temperaturowej. Z tego powodu w wielu dokumentach i publikacjach, szczególnie dla prostych modeli liniowych pomija się jawne przedstawienie modelu, co dla mniej doświadczonych czytelników może wywołać wrażenie, że wszystkie składniki niepewności są jednakowo ważne.

W pierwszym etapie występuje również przypisywanie poszczególnym składnikom niepewności rozkładów prawdopodobieństwa. Może być ono wykonywane albo na podstawie eksperymentu czyli wykonania kilku/kilkunastu/kilkudziesięciu powtórzeń pomiaru (metoda A) lub na podstawie dostępnej/wcześniejszej wiedzy (metoda B). Tutaj pojawia się pojęcie metod szacowania poszczególnych składników niepewności.

Drugi etap służy obliczeniu rozszerzonej niepewności pomiaru. W tym celu wykonuje się propagację rozkładów prawdopodobieństwa reprezentujących poszczególne składniki niepewności z wykorzystaniem modelu pomiaru a następnie pozostałe obliczenia.

Jak już wspomniano, przypisywanie rozkładów prawdopodobieństwa poszczególnym składnikom niepewności następuje albo na podstawie wyników powtórzonych pomiarów (mówi się wtedy o metodzie A) albo na podstawie wcześniejszej wiedzy o danym składniku (mówi się wtedy o metodzie B). W pierwszym przypadku najczęściej używa się rozkładu normalnego lub rozkładu t-Studenta, w drugim najczęściej używa się rozkładu jednostajnego, normalnego albo rozkładu U lub V. Rzadziej korzysta się z rozkładu trójkątnego i rozkładu dwuwartościowego. Na

marginesie: rozkład dwuwartościowy, nazwany zresztą błędnie rozkładem dwumodalnym (bimodal distribution), występuje jedynie w VDI/VDE 2617-11. Na rysunku 2 pokazano wykresy funkcji gęstości rozkładów prawdopodobieństwa występujące w dokumencie JCGM 101. Jak widać, oprócz wymienionych wcześniej rozkładów jednostajnego, trójkątnego, t, U i normalnego występują również: trapezowy i trapezowy krzywoliniowy, wykładniczy i gamma. Dwa ostatnie są rozkładami asymetrycznymi i są stosowane w wyjątkowych sytuacjach.



Rysunek 2. Rozkłady wymienione w JCGM 101: a) jednostajny, b) trójkątny, c) rozkład t, d) trapezowy krzywoliniowy, e) rozkład U, f) wykładniczy, g) trapezowy, h) normalny, i) gamma

## 2.2. Metody szacowania składników niepewności

Według dokumentu JCGM 100 metoda A ([1] 2.3.2): „metoda typu A obliczania niepewności - metoda realizowana drogą analizy statystycznej serii obserwacji” odnosi się do sytuacji, kiedy wykonywane pomiary powtarzane są wielokrotnie a jako wynik pomiaru przyjmuje się wartość średnią. Takie podejście do pomiarów w metrologii wielkości geometrycznych praktycznie nie występuje – mierzy się jeden raz.

Jednak wielokrotne powtórzenie pomiaru ma miejsce przy badaniu powtarzalności, odtwarzalności albo precyzji pośredniej pomiaru. Te terminy są wyjaśnione w PKN ISO Guide 99 [11] i w ISO 5725-3 [12]. Powtarzalność występuje często jako jeden ze składników niepewności – jest tak w przykładzie z pomiarem mikrometrem.

Metoda B ([1] 2.3.3): „metoda typu B obliczania niepewności - metoda realizowana innymi sposobami niż analiza serii obserwacji” wykorzystuje inną dostępną wiedzę na temat danego składnika niepewności. Może to być informacja o dokładności podawana przez producenta, np. MPE (maksymalny dopuszczalny błąd pomiaru) znajomość rozdzielczości przyrządu itp. Odniesiemy się do tego przy omawianiu przykładów.

W rozdziale 3.3.3 Przewodnika czytamy: „Tak więc niepewność standardowa typu A jest obliczana z funkcji gęstości prawdopodobieństwa otrzymanej z obserwowanego

rozkładu częstości, podczas gdy niepewność standardowa typu B jest obliczana **na podstawie założonej funkcji gęstości prawdopodobieństwa opartej na stopniu wiary w to, że zajdzie dane zdarzenie**” Dalej w rozdziale 4.16 czytamy: „Metoda typu A obliczania składowych niepewności standardowej opiera się **na rozkładach częstości**, podczas gdy metoda typu B **obliczania składowych niepewności opiera się na rozkładach danych a priori.**”

W zacytowanych fragmentach Przewodnika, pokazano inne aspekty rozróżniające metodę A i B. Warto zapamiętać, że rozróżnienie metody A i B nie jest klasyfikacją METOD szacowania niepewności. Te metody odnoszą się do obliczania SKŁADNIKÓW NIEPEWNOŚCI. W niektórych publikacjach pewnym synonimem metody A jest określenie „a posteriori” a metody B „a priori”.

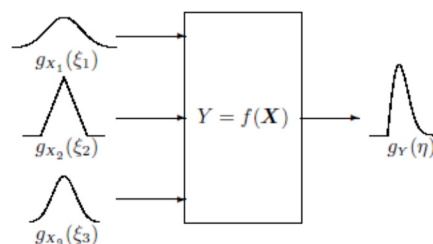
W dokumencie EA-4/02 znajdujemy wskazówki odnośnie do przypisywania rozkładów do wielkości wejściowych. [4] 3.3 „Przyjęcie prostokątnego rozkładu prawdopodobieństwa wielkości wejściowej  $X_i$  jest uzasadnione, jeżeli znamy tylko granice jej zmienności. Jeżeli natomiast wiadomo, że wartości danej wielkości znajdujące się w pobliżu środka przedziału zmienności są bardziej prawdopodobne niż wartości znajdujące się w pobliżu jej granic, to lepszym modelem będzie rozkład trójkątny lub rozkład normalny. Natomiast gdy bardziej prawdopodobne są wartości znajdujące się w pobliżu granic niż wartości ze środka przedziału zmienności, bardziej odpowiedni może być rozkład o kształcie litery U.”

Bez szczególnego uzasadniania można przypisywać składnikom niepewności rozkład jednostajny. Żeby posłużyć się rozkładem trójkątnym lub normalnym trzeba uzasadnić, że zmienna losowa częściej przyjmuje wartości w okolicach środka przedziału. Natomiast, jeśli zmienna losowa rzadko przyjmuje wartości ze środka przedziału odpowiedni jest rozkład U lub V.

### 2.3. Propagacja rozkładów

Ogólnie propagacja rozkładów może być realizowana trzema sposobami: analitycznie, na podstawie centralnego twierdzenia granicznego lub metodą Monte Carlo (symulacyjnie). Drugie podejście jest stosowane najczęściej i jest nazywane w [2] ramami oceny niepewności GUM (GUM uncertainty framework), metodyką GUM, propagacją niepewności [JCGM 104], analizą wrażliwości [6] lub metodą budżetu niepewności [10].

Propagacja rozkładów to operacja mająca na celu wyznaczenie rozkładu funkcji jednej lub więcej zmiennych losowych (rysunek 3).



Rysunek 3. Propagacja rozkładów [JCGM 101]

Jednym z nielicznych przykładów, gdy propagacja może być wykonywana analitycznie jest wyznaczenie rozkładu sumy dwóch rozkładów jednostajnych. W wyniku otrzymuje się rozkład trapezowy, a w szczególnym przypadku rozkład trójkątny. Innym przykładem obliczeń analitycznych jest dodawanie rozkładów normalnych: suma zmiennych losowych o rozkładach normalnych ma rozkład normalny. Parametr  $\mu$  rozkładu wynikowego jest sumą parametrów  $\mu$ , a parametr  $\sigma$  jest sumą geometryczną parametrów  $\sigma$  składników.

$$N(\mu_1, \sigma_1) + N(\mu_2, \sigma_2) = N\left(\mu_1 + \mu_2, \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}\right) \quad (1)$$

W EA-4/02 podano wzór na funkcję gęstości prawdopodobieństwa rozkładu trapezowego, którego parametry można obliczyć znając parametry (szerokości połówkowe) rozkładów jednostajnych.

#### 2.4. Propagacja niepewności

Najczęściej stosowane jest podejście drugie nazywane prawem propagacji niepewności (wcześniej była mowa o propagacji rozkładów). Wynika ono z założenia, że spełnione są warunki centralnego twierdzenia granicznego rachunku prawdopodobieństwa, które (w uproszczeniu [12]) mówi, że suma znacznej liczby zmiennych losowych o dowolnych rozkładach ma rozkład normalny, którego wariancja jest równa sumie wariancji poszczególnych składników.

Oznacza to, że rozkład wielkości wyjściowej jest normalny a jego wariancję można łatwo policzyć znając wariancje wielkości wejściowych.

Praktycznie to podejście wymaga zbudowania tzw. budżetu niepewności

W przypadku, kiedy model pomiaru ma postać funkcji nieliniowej zastosowanie centralnego twierdzenia granicznego wymaga wcześniejszej linearyzacji funkcji, co wykonuje się przez jej rozwinięcie w szereg potęgowy (Taylor) i odrzucenie wyrazów rzędu drugiego i wyższych.

Łącznie (przy założeniu, że nie ma korelacji między wielkościami wejściowymi) prowadzi to do następującego wzoru na niepewność złożoną, zwanego **prawem propagacji niepewności**.

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 \cdot u_c^2(x_i) \quad (2)$$

W przypadku występowania korelacji między czynnikami wejściowymi, jak również w przypadku konieczności uwzględnienia w rozwinięciu w szereg potęgowy wyrazów wyższego rzędu, wzór staje się bardziej złożony.

Mówiąc o zastosowaniu centralnego twierdzenia granicznego rachunku prawdopodobieństwa trzeba zwrócić uwagę, że odnosi się ono do sumy zmiennych losowych, podczas gdy niekiedy zdarzają się modele nieliniowe. Wtedy konieczne jest przybliżenie modelu pomiaru funkcją liniową co można uzyskać przez rozwinięcie funkcji w szereg potęgowy. Podany wzór jest nazywany prawem propagacji niepewności. Występujący we wzorze indeks „c” służy zaakcentowaniu, że chodzi o tzw. niepewność złożoną ale zwykle jest on pomijany.

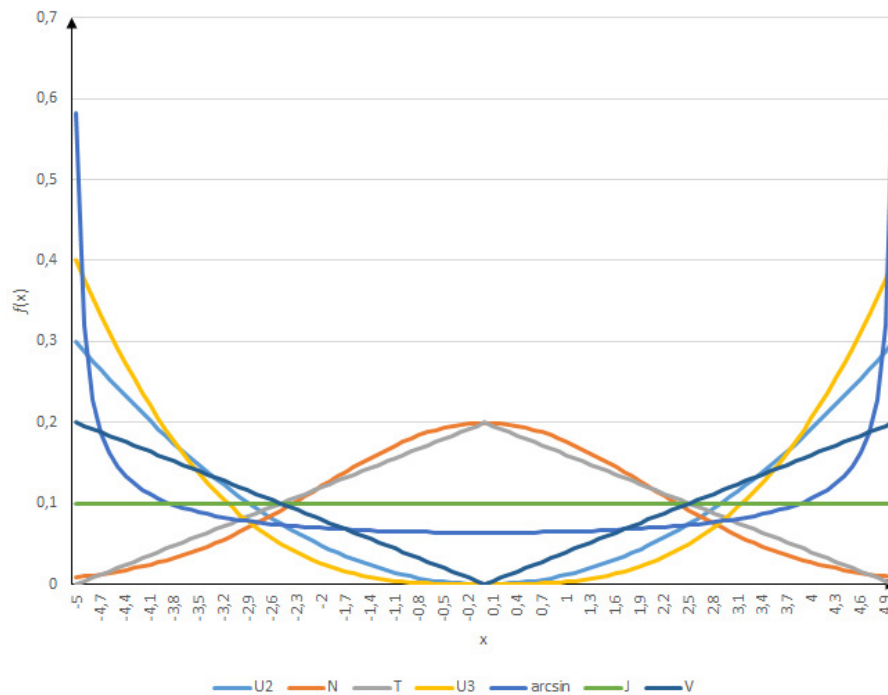
Zarówno brzmienie centralnego twierdzenia granicznego, jak i użycie wzoru w postaci symbolu sumy wskazuje, że na niepewność wielkości wyjściowej będzie miała wpływ znaczna liczba wielkości wejściowych. Do utworzenia budżetu niepewności nie jest potrzebna znajomość rozkładów prawdopodobieństwa dla

poszczególnych wielkości wejściowych – wystarczy znajomość wariancji (lub odchyłeń standardowych). Okazuje się jednak, że często posiadaną informacją o wielkości wejściowej jest rodzaj rozkładu bez znajomości jego parametrów. Zamiast parametrów często jest znana wartość  $a$  definiująca przedział  $(-a, a)$ , w którym zawierają się praktycznie wszystkie obserwacje zmiennej losowej. Wzór na niepewność standardową ma wtedy postać

$$u = b \cdot a \quad (3)$$

przy czym współczynnik  $b$  zależy od rodzaju rozkładu.

Na rysunku 4 pokazano zestawienie wykresów funkcji gęstości poszczególnych rozkładów. Patrząc na środkową część rysunku od góry mamy rozkłady: normalny zwierający w przedziale  $(-a, a)$  99,73% obserwacji, trójkątny, normalny zwierający w przedziale  $(-a, a)$  95% obserwacji, jednostajny, arcusa sinusa, antymodalny V i wreszcie antymodalny U rozumiany jako funkcja kwadratowa lub funkcja trzeciego stopnia. W tabeli znajdują się wartości współczynników do przeliczenia  $a$  na  $u$ . Dodatkowo w tabeli 1 wymieniony jest rozkład dwuwartościowy, tzn. taki, który przyjmuje wartości  $-a$  lub  $a$  z jednakowym prawdopodobieństwem. W tabeli 1 podano również wartość współczynnika  $b$  dla rozkładu dwuwartościowego (jest to rozkład dyskretny więc nie da się narysować funkcji gęstości).



Rysunek 4. Zestawienie rozkładów prawdopodobieństwa: normalny (N), arcus sinus (arcsin), jednostajny (J), trójkątny (T), antymodalny V, U jako funkcja kwadratowa (U2), U jako funkcja trzeciego stopnia (U3)

Tabela 1. Wartości współczynnika  $b$ 

Rozkład prawdopodobieństwa	Wartość współczynnika $b$ ( $1/k$ )
normalny ( $P=0,9973$ )	0,33
trójkątny	0,41
normalny ( $P=0,955$ )	0,50
jednostajny	0,58
V	0,71
U (rozkład arcsin)	0,71
U (funkcja kwadratowa)	0,77
dwuwartościowy	1

W przypadku zastosowania do propagacji centralnego twierdzenia granicznego (prawo propagacji niepewności) wynikiem obliczeń jest odchylenie standardowe (niepewność standardowa)  $u$  rozumiane jako parametr rozkładu normalnego. Wtedy niepewność rozszerzona  $U$  ma postać:

$$U = 2 \cdot u \quad (4)$$

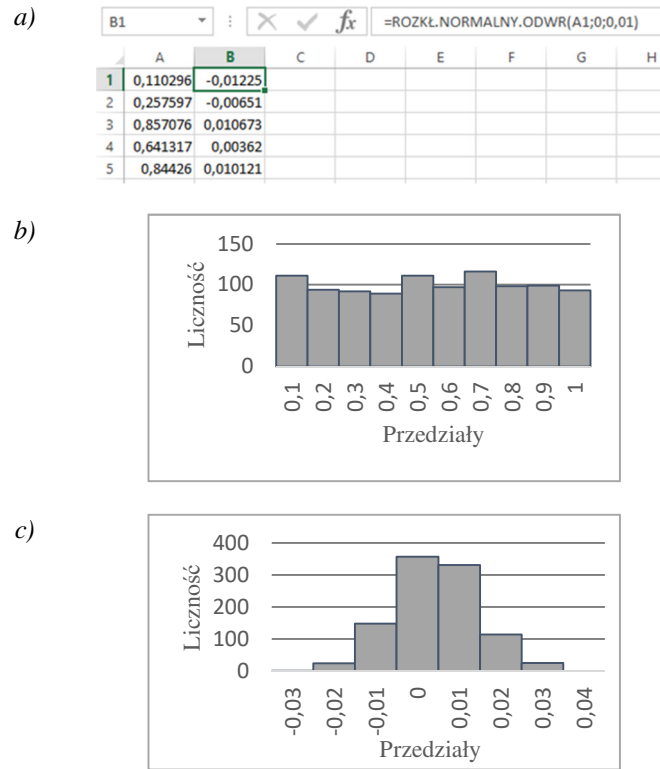
## 2.5. Metoda Monte Carlo

Podejście trzecie do propagacji, czyli metoda Monte Carlo (symulacja), jest w pełni uniwersalne. Jako rozkłady wielkości wejściowych mogą być podane rozkłady teoretyczne lub empiryczne (histogram, zbiór obserwacji) bowiem w każdym przypadku daje się zbudować generator liczb losowych. Bezpośrednim wynikiem symulacji jest duży zbiór obserwacji, z którego można otrzymać rozkład empiryczny wielkości wyjściowej (histogram), ale również dopasowany do niego rozkład teoretyczny albo od razu rozszerzoną niepewność pomiaru.

Paradoksalnie metoda Monte Carlo jest całkowicie uniwersalnym sposobem wyznaczenia rozkładu wielkości wyjściowej. Wystarczy generować liczby losowe z rozkładów opisujących wielkości wejściowe i obliczać wynikające z nich wartości wielkości wyjściowej. Żeby otrzymać bardzo dokładne wyniki należy wykonać znaczną liczbę powtórzeń (mówi się o milionie) ale często wystarcza liczba rzędu tysiąca. Tej metodzie poświęcony jest dokument JCGM 101 [2].

Na rysunku 5 pokazano możliwość generowania liczb losowych w MS Excel. W arkuszu jest generator liczb losowych o rozkładzie jednostajnym w przedziale (0, 1) funkcja `LOS()`. Najprostszą metodą generowania liczb losowych o innych rozkładach jest metoda odwracania dystrybuanty, W MS Excel jest kilka funkcji odwrotnych do dystrybuanty, m.in. dla rozkładu normalnego. Użycie tej funkcji pokazano na rysunku 4 dla przykładu rozkładu normalnego z parametrami  $\mu = 0$  i  $\sigma = 0,01$ . Na slajdzie pokazano również histogramy dla zmiennej losowej o rozkładzie jednostajnym i o rozkładzie normalnym uzyskane dla próbki 1000 liczb losowych. Jak widać, w przypadku liczb losowych o rozkładzie jednostajnym, w każdym z 10 przedziałów znajduje się po około 100 wartości. W przypadku rozkładu normalnego większość wartości znajduje się w dwóch środkowych przedziałach: w przedziale od -0,01 do 0 ponad 350 wartości i w przedziale od 0 do 0,01 około 330 wartości.





Rysunek 5. a) Generowanie liczb losowych w MS Excel, histogramy dla zmiennej losowej o rozkładzie: b) jednostajnym, c) rozkładzie normalnym

### 3. Model pomiaru

#### 3.1. Model pomiaru dla wzorcowania suwmiarki

W celu pokazania ważności budowy modelu pomiaru przeprowadzono analizę przykładu z dokumentu [4] dotyczącego niepewności pomiaru przy wzorcowaniu suwmiarki. W tym dokumencie występuje konsekwentne zaczynanie analiz od zdefiniowania modelu pomiaru. Model pomiaru to wzór według którego oblicza się wartość wielkości mierzonej (wielkość wyjściowa, wynik pomiaru) na podstawie posiadanych danych. Błąd suwmiarki wyznaczono przez „pomiar” długości płytki wzorcowej. Przyjmuje się, że błąd temperaturowy nie będzie wyznaczany (będzie przyjęty jako równy zero) oraz nie będą wyznaczane pozostałe dwa błędy (poprawki) – na ograniczoną rozdzielczość i na wpływy mechaniczne. To, czy poprawki są wyznaczane czy nie ma znaczenia przy definiowaniu modelu pomiaru – w modelu powinny znaleźć się wszystkie czynniki mające wpływ na niepewność. Model pomiaru ma postać:

$$E_x = l_{iX} - l_s + \delta l_t + \delta l_{iX} + \delta l_M \quad (5)$$

gdzie:  $E_X$  - wartość wskazana przez suwmiarkę,  
 $l_{iX}$  - rzeczywista długość płytki wzorcowej,  
 $l_s$  - długość nominalna płytki wzorcowej,  
 $\delta l_t$  - poprawka temperaturowa,  
 $\delta l_{iX}$  - poprawka na ograniczoną rozdzielczość suwmiarki  
 $\delta l_M$  - poprawka związana z oddziaływaniami natury mechanicznej, jak nacisk pomiarowy, błąd Abbego oraz odchylenia od płaskości i równoległości płaszczyzn pomiarowych.

W modelu występują cztery składniki niepewności – wszystkie są wyznaczone metodą B, czyli trzeba im przypisać rozkład prawdopodobieństwa i określić granice zmienności. W EA-4/02 wszystkim przypisano rozkład jednostajny. Wartość graniczna  $a_{(l_s)}$  dla długości płytki wzorcowej wynika z normy ISO 3650 dotyczącej płytek wzorcowych. Wartość graniczna  $a_{(\delta l_{iX})}$  dla błędu związanego z rozdzielczością wynosi połowę rozdzielczości (przykładowa suwmiarka ma rozdzielczość 0,05 mm). Jako wartość graniczną  $a_{(\delta l_M)}$  dla błędu natury mechanicznej przyjęto 50 mikrometrów na podstawie obserwacji, że wielokrotny „pomiar” płytki wzorcowej w najgorszym razie daje wyniki różniące się o wartość rozdzielczości. Wartość graniczną  $a_{(\delta l_t)}$  dla składnika błędu temperaturowego pochodzącego od różnicy temperatury obliczono na podstawie znajomości współczynników rozszerzalności i szacunkowej największej różnicy temperatury suwmiarki i płytki wzorcowej. Zwykle bierze się pod uwagę jeszcze drugi składnik błędu temperaturowego związany z odstępstwem od 20 °C – w tym przypadku go pominięto.

Tak więc:

$$a_{(l_s)} = 0,8 \mu m$$

$$a_{(\delta l_t)} = 150 \text{ mm} \cdot 11,5 \cdot 10^{-6} \frac{1}{K} \cdot 2K = 3,45 \mu m$$

$$a_{(\delta l_{iX})} = 25 \mu m$$

$$a_{(\delta l_M)} = 50 \mu m$$

Przeliczenie wartości  $a$  na niepewność standardową, w przypadku rozkładu jednostajnego polega na pomnożeniu  $a$  przez współczynnik  $b = 0,58$ . Wobec tego:

$$u_{(l_s)} = 0,8 \mu m \cdot 0,58 = 0,46 \mu m$$

$$u_{(\delta l_t)} = 3,45 \mu m \cdot 0,58 = 2 \mu m$$

$$u_{(\delta l_{iX})} = 25 \mu m \cdot 0,58 = 15 \mu m$$

$$u_{(\delta l_M)} = 50 \mu m \cdot 0,58 = 29 \mu m$$

Zestawianie wyników pokazano w tabeli 2. Ponieważ model pomiaru jest zwykłą sumą, wszystkie współczynniki wrażliwości są równe 1 i nie uwidoczono ich w tabeli.

Tabela 2. Budżet niepewności dla wzorcowania suwmiarki

Wielkość $X_i$	Wartość graniczna $a$	Rozkład prawdopodobieństwa	Udział niepewności $u_i$
$l_s$	0,8 $\mu\text{m}$	jednostajny	0,46 $\mu\text{m}$
$\Delta t$	3,45 $\mu\text{m}$	jednostajny	2,0 $\mu\text{m}$
$\delta_{lx}$	25 $\mu\text{m}$	jednostajny	15 $\mu\text{m}$
$\delta_M$	15 $\mu\text{m}$	jednostajny	29 $\mu\text{m}$
$u_c$		–	33 $\mu\text{m}$

Przy założeniu, że spełnione są założenia centralnego twierdzenia granicznego złożoną niepewność pomiaru oblicza się według wzoru

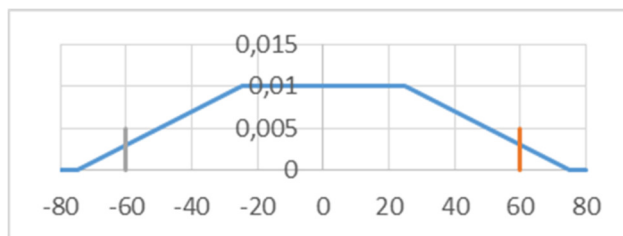
$$u = \sqrt{u_{(l_s)}^2 + u_{(\delta l t)}^2 + u_{(\delta l x)}^2 + u_{(\delta l M)}^2} \quad (6)$$

i otrzymuje się  $u = 33 \mu\text{m}$ .

Okazało się jednak, że dwa składniki niepewności są bardzo małe w porównaniu z dwoma pozostałymi więc w dalszych obliczeniach mogą zostać pominięte. Ze względu na małą liczbę pozostałych składników (dwa) nie są spełnione warunki centralnego twierdzenia granicznego.

Ponieważ w analizowanym przykładzie istotne są jedynie dwa składniki niepewności oraz, że oba składniki mają rozkłady jednostajne, możliwe jest podejście teoretyczne do problemu propagacji rozkładów.

W przypadku, gdy wynikiem propagacji jest rozkład teoretyczny (rysunek 6) można od razu wyznaczyć rozszerzoną niepewność pomiaru. Należy znaleźć symetryczny przedział odpowiadający prawdopodobieństwu 0,95. W tym przypadku oznacza to odrzucenie po obu stronach przedziałów o prawdopodobieństwie 0,025.



Rysunek 6. Rozkład trapezowy jako wynik propagacji

Znając równanie funkcji gęstości można wykorzystać interpretację geometryczną całki oznaczonej i znaleźć taką wartość górnej granicy całkowania, żeby całka od -75 do tej granicy była równa 0,025, albo znaleźć taką wartość dolnej granicy całkowania, żeby całka od tej granicy do 75 była równa 0,025. Dla pokazanego przykładu otrzymujemy wartość -59,19 lub 59,19 czyli  $U = 59,19 \mu\text{m}$ . Jak widać proste zastosowanie prawa propagacji daje w tym przypadku wartość niepewności rozszerzonej zawyżoną o około 10%. W razie potrzeby, mając te dwie niepewności można obliczyć współczynnik rozszerzenia.

### 3.2. Model pomiaru średnicy wałka

Norma ISO 14253-2 [5] wdraża metodykę GUM do zastosowań przemysłowych w pomiarach geometrycznych oraz wzorcowaniu wzorców i wyposażenia pomiarowego. Norma wprowadza procedurę PUMA (**P**rocedure for **U**ncertainty **M**anagement) iteracyjną oraz stosowaną przy szacowaniu niepewności dla:

- pojedynczych wyników pomiarów;
- porównywania dwóch lub większej liczby wyników pomiarów;
- porównywania wyników pomiarów co najmniej jednego wyrobu lub wyposażenia pomiarowego z danymi specyfikacjami w celu wykazania zgodności lub niezgodności ze specyfikacją.

Koncepcja metody iteracyjnej polega na oszacowaniu niepewności pomiaru  $U_E$  przez nadszacowanie składowych niepewności wpływających na szacowaną niepewność. Nadszacowanie polega na przyjęciu najgorszych wariantów składowych niepewności co zapewnia uzyskanie wyników oszacowania bez niedoszacowania niepewności. Następne iteracje (o ile występują ( $U_E < U_T$  – niepewność pomiaru przybliżona mniejsza od niepewności docelowej)) jedynie poprawiają dokładność oszacowań „granicy górnej” największych składowych, dla ewentualnego, możliwego do przyjęcia obniżenia oszacowania niepewności. W takim przypadku

Podstawą tej metody są m.in. następujące założenia:

- wszystkie składowe niepewności są zidentyfikowane,
- zdecydowano, które z możliwych korekcji należy wprowadzić,
- wyznaczamy składowe niepewności  $u_{xx}$  jako niepewności standardowe pokazujące wpływ każdej składowej na niepewność wyniku pomiaru,
- każda składowa niepewności może być wyznaczona metodą A lub metodą B,
- łączny wpływ wszystkich składowych (zwany niepewnością standardową złożoną) obliczany jest jako pierwiastek sumy kwadratów (tylko dla modelu czarnej skrzynki szacowania niepewności), w którym wszystkie składowe  $u_{xx}$  są nieskorelowane,
- jeśli nie wiadomo, czy składowe niepewności są nieskorelowane, zakłada się pełną korelację, albo  $\rho = 1$ , albo  $\rho = -1$ . Składowe skorelowane dodaje się arytmetycznie przed podstawieniem do równania 7:

$$u = \sqrt{u_{x1}^2 + u_{x2}^2 + \dots + u_n^2} \quad (7)$$

ISO 14253-2 rozróżnia dwa rodzaje modeli pomiaru. Model przezroczystej skrzynki to *model szacowania niepewności, w którym zależność między wielkościami wejściowymi a wartością wielkości przypisanej menzurandowi jest wyrażona w sposób jawny za pomocą równań lub algorytmów*. W modelu czarnej skrzynki jest zdefiniowany jako *model szacowania niepewności, w którym niepewności związane z odpowiednimi wielkościami wejściowymi są bezpośrednio reprezentowane przez ich wpływ na wartość wielkości przypisanej menzurandowi*.

Do bardziej interesujących z punktu widzenia niniejszej publikacji należy przykład szacowania niepewności pomiaru średnicy wałka mikrometrem. W normie nie podano modelu pomiaru ale podano wzór na niepewność, który ma postać pierwiastka z sumy kwadratów. Można z tego wnioskować, że wielkość wyjściowa (mierzona średnica) jest prostą sumą 9 wielkości wejściowych (zmierzonej wartości i poprawek na, przewidziane do uwzględnienia jedynie w niepewności, błędy pomiaru).

Poszczególne składniki to: błąd wskazania mikrometru, dwa razy błąd płaskości powierzchni pomiarowych, błąd równoległości powierzchni pomiarowych, większa z dwóch wartości powtarzalność lub rozdzielczość, zależna od operatora zmienność punktu zerowego, błąd spowodowany różnicą temperatury przedmiotu i mikrometru, błąd spowodowany odstępstwem temperatury od 20 °C, odchyłka kształtu przedmiotu. Warto zwrócić uwagę, że pierwsze trzy błędy (błąd wskazania, dwa błędy płaskości i błąd równoległości) są związane z przyrządem, czwarty z przyrządem (rozdzielczość) albo osobą (powtarzalność), piąty (zmienność zera) z osobą wykonującą pomiar, dwa kolejne (od różnicy temperatury przyrządu i przedmiotu oraz od odstępstwa od temperatury od 20 °C) z warunkami środowiskowymi i ostatni (od odchyłki okrągłości wałka) z mierzonym przedmiotem.

Dwa spośród wyliczonych błędów dotyczą osoby wykonującej pomiar i związane z nimi niepewności wyznaczone są metodą A. Dla pozostałych błędów wyznaczanych metodą B użyto rozkładów: jednostajnego, normalnego i U.

Szkoda, że w aktualnej normie dotyczącej mikrometrów nie znajdujemy takich błędów. Wymienione błędy występowały w PN z 1982 roku i w wersji ISO z 1978 roku i można jeszcze spotkać w katalogach przyrządów pomiarowych wielu producentów. Norma zawierała wtedy również wartości błędów dopuszczalnych. Obecnie normy dotyczące przyrządów pomiarowych nie podają wartości błędów granicznych – podają jedynie definicje błędów i tym samym zobowiązują producentów aby podawali wartości tych błędów dla swoich produktów. W aktualnej normie występują 3 błędy graniczne o oznaczeniach  $MPE_J$ ,  $MPE_R$  i  $MPE_E$ .

## 4. Niepewność pomiarów współrzędnościowych

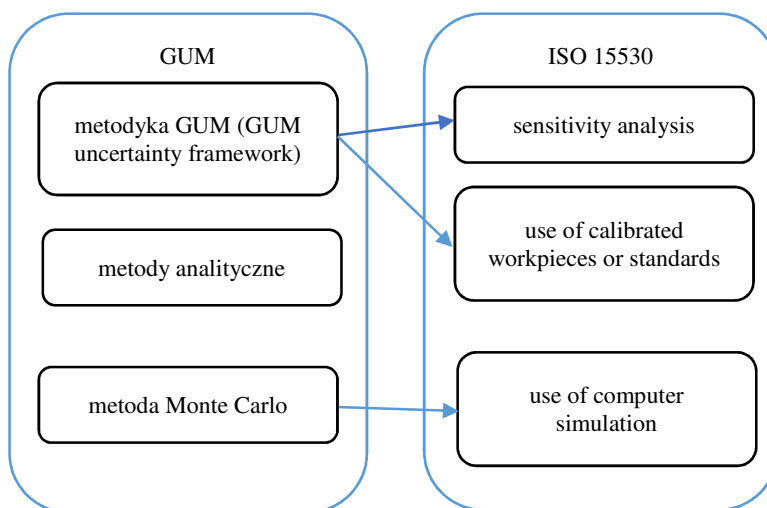
### 4.1. Wstęp

Specyfika pomiarów współrzędnościowych polega na tym, że w czasie wzorcowania współrzędnościowej maszyny pomiarowej (CMM) wyznaczany jest jedynie błąd pomiaru długości (pomiar dwupunktowy) a mierzy się różne rodzaje wymiarów [13] jak również odchyłki geometryczne (kształtu, kierunku, położenia i bicia. Należy więc spodziewać się, że niepewności pomiaru różnych charakterystyk będą różne.

Dotąd opublikowano trzy części normy ISO 15530 dotyczącej technik wyznaczania niepewności pomiarów współrzędnościowych. Części 1 i 4 mają status specyfikacji technicznych. W części 1 podano klasyfikację metod szacowania niepewności. Wymieniono 3 metody: analiza wrażliwości, użycie przedmiotu wzorcowego i symulację. Część 3 najpierw została opublikowana jako specyfikacja techniczna. Obecnie jest normą i ma polską wersję językową. Przedstawia metodę, w której wpływ większości czynników na niepewność jest wyznaczany doświadczalnie. Część 4 jest specyfikacją techniczną, w której podano jedynie zalecenia, jakie informacje o oprogramowaniu do wyznaczania niepewności pomiarów współrzędnościowych powinien podawać dostawca tego oprogramowania. Tytuł dokumentu jest całkowicie mylący, ponieważ dokument z jednej strony dotyczy wszelkiego oprogramowania, a nie tylko oprogramowania symulacyjnego, a z drugiej nie zawiera żadnych wskazówek odnośnie do tworzenia oprogramowania symulacyjnego. Warto jeszcze zwrócić uwagę na dokument niemiecki VDI/VDE 2617-11 [10], który ma związek

z metodą „sensitivity analysis” wymienioną w ISO/TS 15530-1 oraz na projekt specyfikacji technicznej ISO/TS 15530-2.

Porównanie terminologii i klasyfikacji metod szacowania niepewności pomiaru pokazano na rysunku 7.



Rysunek 7. Metody szacowania niepewności według GUM i ISO 15530

Występująca w ISO/TS 15530-1 nazwa „analiza wrażliwości” nawiązuje bezpośrednio do tego co w GUM nazywane jest metodyką GUM albo prawem propagacji niepewności. Metoda Monte Carlo i użycie symulacji komputerowej to praktycznie to samo. Metody analityczne są w ogóle możliwe do użycia bardzo rzadko. Metoda z użyciem wywzorcowanych przedmiotów wzorcowych również jest w pełni zgodna z metodyką GUM. Wyróżnia się tym, że prawie cała niepewność pomiaru jest wyznaczana eksperymentalnie. Główny składnik niepewności stanowi odchylenie standardowe obliczone z 20 powtórzeń pomiaru rozłożonych w dłuższym okresie czasu.

#### 4.2. Metoda z użyciem przedmiotu wzorcowego

Na początku warto zwrócić uwagę, że norma ISO 15530 powstawała, podobnie jak dokument EA-4/02, na zapotrzebowanie laboratoriów wzorcujących, które do wzorcowań stosują CMM. Stąd w części trzeciej występuje metoda pomiarowa podstawieniowa, a w projekcie części drugiej metoda pomiarowa wielopozycyjna (nie należy mylić metody pomiarowej z metodą szacowania niepewności).

Część trzecia jako specyfikacja techniczna została opublikowana w 2004 roku, a status normy otrzymała w 2011 roku i ta ostatnia ma polską wersję językową. Okazuje się jednak, że z punktu widzenia użytkownika przemysłowego lepsza jest wersja starsza. Jediną istotną różnicą między wersjami normy jest to, że w nowej wersji wprowadzono konieczność stosowania poprawki do wyników pomiarów, co w warunkach przemysłowych w żadnym przypadku nie może być stosowane.

Warto dodać, że w warunkach przemysłowych dokładna znajomość niepewności pomiaru nie jest tak ważna jak dla laboratoriów wzorcujących. Ze względów ekonomicznych i z powodu niedysponowania kadrami o dostatecznie wysokich kwalifikacjach, przemysł oczekuje rozwiązań prostych, nawet gdyby oszacowania niepewności miały być mniej dokładne.

Kluczowe jest tutaj stwierdzenie, że chodzi o metodę szacowania niepewności, w której potrzebny jest wywzorcowany przedmiot/artefakt (termin artefakt jest czasem używany zamiast długiego określenia „przedmiot wzorcowy lub wzorzec” występującego zarówno w tytule jak i treści normy. Istota metody „z użyciem wywzorcowanego artefaktu” jest zawarta w fakcie, że jeśli mierzymy 20 razy znaną charakterystykę przedmiotu np. jego średnicę, której wartość znamy ze świadectwa wzorcowania, to w obliczonej z otrzymanych wyników wartości średniej i odchyleniu standardowym  $u_p$  zawarta jest prawie cała informacja o niepewności pomiaru współrzędnościowego. Wspomniane 20 pomiarów konieczne trzeba rozłożyć w dłuższym okresie czasu - chodzi o co najmniej kilka-kilkanaście dni. Ponadto pomiary należy wykonywać w różnych porach dnia, co pozwala na uwzględnienie wpływu wielu czynników, a przede wszystkim wpływu zmian temperatury.

Ponieważ wartość charakterystyki artefaktu  $x_{cal}$  jest znana z dokładnością ograniczoną do jej niepewności pomiaru  $u_{cal}$ , to ta niepewność stanowi drugi, zwykle znacznie mniejszy, składnik szacowanej niepewności pomiaru.

Trzeci składnik  $u_w$  służy ewentualnemu uwzględnieniu innych czynników. W dokumentach znajdujemy, że  $u_w$  to: „niepewność standardowa związana ze zmiennością materiału i wytwarzania (wynikająca ze zmienności współczynnika rozszerzalności, odchyłek kształtu, chropowatości, sprężystości i plastyczności)”. Ponieważ określenie liczbowe tego składnika jest trudne, a równocześnie ten składnik rzadko ma istotne znaczenie, nie będzie omówiony.

Wzór na rozszerzoną niepewność pomiaru  $U$  występujący w starszej wersji normy (ISO/TS 15530-3) ma postać:

$$U = k \cdot \sqrt{u_{cal}^2 + u_p^2 + u_w^2} + |b| \quad (7)$$

Wymienione składniki niepewności, będące niepewnościami standardowymi są zsumowane geometrycznie, całość jest pomnożona przez współczynnik rozszerzenia  $k = 2$  i do tego jest dodana bezwzględna wartość różnicy między otrzymaną średnią i znaną wartością  $x_{cal}$ . W świadectwie wzorcowania artefaktu (przedmiotu wzorcowego lub wzorca) zwykle podawana jest niepewność rozszerzona  $U_{cal}$  i współczynnik rozszerzenia  $k$  co pozwala na obliczenie wartości  $u_{cal}$ . Niepewność standardową  $u_p$  liczy się według powszechnie znanego wzoru na odchylenie standardowe.

Według najnowszej wersji normy rozszerzoną niepewność pomiaru oblicza się wg wzoru:

$$U = k \cdot \sqrt{u_{cal}^2 + u_p^2 + u_b^2 + u_w^2} \quad (8)$$

gdzie:

$k$  – współczynnik rozszerzenia (zaleca się  $k = 2$  (poziom ufności 95 %)),  
 $u_{cal}$  – niepewność standardowa wzorcowania ze świadectwa przedmiotu wzorcowego,

$u_p$  – odchylenie standardowe obliczone na podstawie wyników przeprowadzonego eksperymentu,  
 $u_b$  – niepewność standardowa związana z błędem systematycznym procesu pomiarowego ocenianego na skalibrowanym przedmiocie,  
 $u_w$  – niepewność od sposobu wytwarzania i różnorodności materiału (odchyłki kształtu, chropowatość powierzchni, współczynnik rozszerzalności). W szczególności składnikiem niepewności  $u_w$  jest błąd temperaturowy.

Istotną różnicą w stosunku do ISO/TS polega na tym, że o ile w TS zaobserwowaną różnicę  $b$  wartości średniej i wartości ze świadectwa wzorcowania artefaktu  $x_{cal}$ , nazywaną błędem systematycznym, włączano do niepewności rozszerzonej pomiaru, to w normie każe się „korygować” ten „błąd systematyczny” przez odejmowanie wartości  $b$  od przyszłych wyników pomiaru.

Takie postępowanie może mieć uzasadnienie po pierwsze jedynie w sytuacji, gdy przedmiot jest mierzony zawsze w tym samym miejscu maszyny, a po drugie jedynie w odniesieniu do wymiarów. Zastosowanie „poprawki” w odniesieniu do odchyłek geometrycznych może prowadzić do absurdu, bo może się zdarzyć, że po korekcie wartość odchyłki wyjdzie ujemna.

W warunkach przemysłowych opisane podejście nie jest akceptowalne również z innego powodu: wymaga bowiem wprowadzania a następnie nadzorowania zmian w programie pomiarowym (ktoś musi wpisać do programu pomiarowego operację zmiany wyniku obliczeń i trzeba o tym pamiętać na przykład wtedy, gdy program ten chcemy skopiować na inną maszynę; kto umie i komu wolno ingerować w program pomiarowy w przemyśle!).

Z matematycznego punktu widzenia nie ma również żadnego uzasadnienia wprowadzenie do niepewności rozszerzonej  $U$  dodatkowego składnika niepewności  $u_b$ . Taka sytuacja, że koryguje się wynik pomiaru (wprowadza się poprawkę), a do niepewności wprowadza się składnik związany z niepewnością określenia tej poprawki jest znana w metrologii, ale dotyczy przypadków, gdy znane jest oddziaływanie systematyczne i mierzone są wartości czynników mających wpływ na to oddziaływanie. Przykładem może być poprawka na odkształcenia sprężyste gdzie wartość poprawki określa się na podstawie pomiaru nacisku pomiarowego i znajomości stałej materiałowej (modułu sprężystości) a do niepewności pomiaru wprowadza się składnik związany z niepewnością pomiaru nacisku i niedokładną znajomością stałej materiałowej. W tym przypadku taka sytuacja nie występuje.

Przedstawiona w obu wersjach ISO 15530-3 metoda szacowania niepewności pomiaru to metoda doświadczalna polegająca na analizie wyników dwudziestu, rozłożonych w czasie, powtórzeń pomiaru przedmiotu, który był wcześniej wyzorcowany i wartości mierzonych charakterystyk są znane. Pomiary przedmiotu wzorcowego wykonuje się dokładnie tak samo jak normalnie wykonywane pomiary. Metoda jest w pełni uniwersalna, to znaczy może zostać użyta do oceny niepewności dla wszelkich metod pomiaru współrzędnościowego, a nawet niezależnie od tego jakiego używa się przyrządu pomiarowego.

W normie wyróżniono dwie z kilku możliwych metod/sposobów wykonania pomiaru. Mało tego, jedna z wymienionych metod (substitution measurement, a w polskiej wersji językowej „pomiar z podstawieniem”) jest używana bardzo rzadko i podano tutaj tylko krótkie wyjaśnienie na czym ona polega.



W pierwszym przypadku (non-substitution, pomiar bez podstawienia) mamy do czynienia po prostu z pomiarem bezpośrednim, w drugim z pomiarem różnicowym. Różnicę pomiędzy tymi dwoma metodami pomiaru można pokazać na przykładzie pomiaru średnicy wałka. Średnicę wałka można np. mierzyć mikrometrem i to jest pomiar bezpośredni albo transmetrem lub długościomierzem, ale wcześniej ustawionym na płycie wzorcowej na wymiar bliski mierzonemu i to jest pomiar różnicowy – przyrząd mierzy jedynie różnicę między wymiarem mierzonego przedmiotu i wzorca.

W pomiarze różnicowym (w normie niewłaściwie nazwanym substitution) przyrząd/maszyna mierzy jedynie niewielką różnicę między wymiarem przedmiotu i wzorca. Pomiar różnicowy (substitution) jest dla współrzędnościowej techniki pomiarowej bardzo specyficznym pomiarem, szczególnie jeśli jest on wykonywany w odniesieniu do odchyłek kształtu.

W ISO Guide 99 [11] pod hasłem metody pomiarowe znajdujemy stwierdzenie, że mogą być one klasyfikowane w różny sposób i podane są dwie klasyfikacje: pierwsza na podstawieniową (substitution), różnicową (differential) i zerową (null), druga na bezpośrednią i pośrednią. Jeżeli wczytać się w definicje to okaże się, że naprawdę w omawianej normie jako metodę podstawieniową (substitution) rozumie się metodą różnicową (maszyna pomiarowa mierzy, zwykle małą, różnicę między wymiarem wzorca a wymiarem mierzonego przedmiotu).

Gdyby do ważenia użyć wagi szalkowej (takiej, która ma dwie szalki i na jednej zwykle kładzie się ważony przedmiot a na drugiej odważniki) to ważenie metodą podstawieniową wyglądałoby następująco: ważony przedmiot kładziemy na jednej szalce i równoważymy wagę np. za pomocą piasku, potem zdejmujemy mierzony przedmiot i równoważymy wagę (z piaskiem na szalce) za pomocą odważników. Gdyby do ważenia użyć wagi z jedną szalką podającą wskazania analogowe lub cyfrowe, to pomiar podstawieniowy wyglądałoby następująco: ważony przedmiot kładziemy na szalce i zapisujemy/pamiętamy wskazanie wagi, potem zdejmujemy mierzony przedmiot i na wagę kładziemy tyle i takie odważniki, żeby uzyskać identyczne wskazanie wagi. Wynikiem nie jest wskazanie wagi ale łączna masa odważników [14].

Oprócz wyżej wymienionych metod można wyróżnić jeszcze inne metody/sposoby pomiaru. Niekiedy (choć rzadko) w celu podniesienia dokładności pomiaru wykonuje się pomiar kilkukrotnie, w kilku położeniach/orientacjach przedmiotu w przestrzeni maszyny, a jako wynik bierze się wartość średnią obliczoną z uzyskanych wyników. Takiej metody pomiaru dotyczy projekt części drugiej omawianego dokumentu.

Opisana w normie ISO 15530-3 metoda szacowania niepewności wymaga, żeby artefakt (przedmiot wzorcowy lub wzorzec) był mierzony dokładnie tak samo jak zwykle mierzymy i to sformułowanie powinno wystarczyć. Opis (zresztą niekompletny) pomiaru różnicowego do niczego w normie nie jest potrzebny.

Na koniec warto dodać, że raz oszacowana według omawianej normy niepewność pomiaru danej charakterystyki obowiązuje przez dłuższy okres czasu. Określenie tego czasu należy do służb zajmujących się nadzorowaniem wyposażenia pomiarowego.

W dokumencie mówi się o badaniach okresowych i sprawdzaniu bieżącym niepewności pomiaru. Badanie okresowe oznacza, że szacowanie niepewności należy regularnie powtarzać, co można rozumieć, że powtarzamy je np. po kolejnym wzorcowaniu maszyny, szczególnie jeśli wyniki tego wzorcowania wyraźnie różnią

się od poprzedniego. Sprawdzanie bieżące oznacza wrywkowe pomiary artefaktu (przedmiotu wzorcowego lub wzorca) i porównywanie wyników z wcześniej uzyskanymi.

W tytule i treści normy występuje „wywzorcowany przedmiot wzorcowy lub wzorec”. Co mają na myśli autorzy normy. Oczywistymi wzorcami są płytki wzorcowe, kule wzorcowe, pierścienie wzorcowe, trzpienie wzorcowe i kątowniki. Można do tego dodać wzorce płaskości (płyta pomiarowa, płaskie szkło interferencyjne). Na rysunku 8 pokazano zestaw wzorców oferowany przez firmę Zeiss zawierający 3 kule wzorcowe, pierścień wzorcowy, tłoczek wzorcowy i płytki wzorcowe.



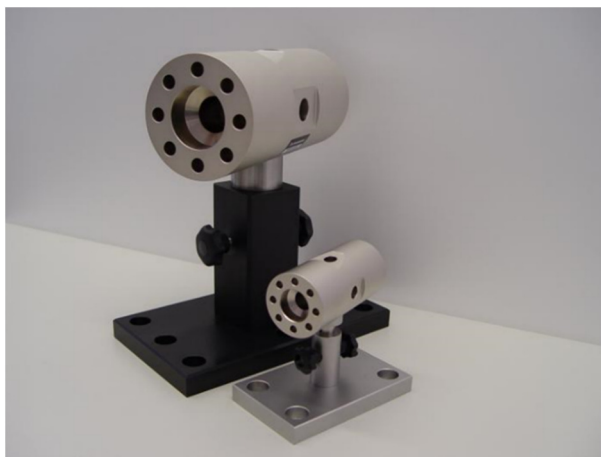
Rysunek 8. Zestaw wzorców [Zeiss]

Norma wymaga, żeby przedmioty wzorcowe były podobne do tych mierzonych i podaje dość wygórowane wymagania co do podobieństwa: w zakresie wymiarów 10% ale nie więcej niż 25 mm, w zakresie kąta  $\pm 5^\circ$ . Do określenia wymagań podobieństwa w zakresie odchyłek kształtu, struktury geometrycznej, materiału, strategii pomiaru i konfiguracji głowicy użyto określeń „rozmytych”: „podobne”, „identyczna”. Dysponując (wywzorcowanym) pierścieniem wzorcowym można według opisanej procedury wyznaczyć niepewność pomiaru średnicy, odchyłki okrągłości oraz odchyłki walcowości otworu. Należy jednak zaznaczyć, że otrzymane wyniki będą właściwe pod warunkiem, że wymiary mierzonego przedmiotu są zbliżone (według ISO 15530-3 różnice wymiarów nie powinny przekraczać 10%) a strategia pomiaru identyczna. Co do walcowości trzeba pamiętać, że otwór w pierścieniu wzorcowym to niezbyt długi walec.

Wymagania odnośnie do strategii pomiarowej i konfiguracji głowicy pomiarowej są szczególnie ostre ale w zastosowaniach przemysłowych nie trzeba ich zbyt dosłownie traktować – trzeba wziąć pod uwagę, że liczba i rozmieszczenie punktów próbkowania nie mają zwykle bardzo istotnego znaczenia, podobnie średnica końcówki trzpienia. W prostych pomiarach nawet długość trzpienia nie jest bardzo ważna.

Przedmiotem/artefaktem specjalnie zaprojektowanym do szacowania niepewności pomiaru różnych charakterystyk jest pokazany na rysunku 9 Multi-Feature Check (MFC). Dostępnych jest kilka różnych wielkości tego artefaktu. Przedmiot zawiera sporą liczbę różnych charakterystyk i po wykonaniu oraz opracowaniu wyników

eksperymentu można uzyskać ogólny pogląd na temat niepewności pomiarów wykonywanych na konkretnym egzemplarzu maszyny pomiarowej. Zeiss oferuje za osobną opłatą program pomiarowy w Calypso. Oczywiście ten artefakt wymaga wcześniejszego wywzorcowania.



Rysunek 9. Multi feature check [Zeiss]

Z wcześniejszych rozważań wynika konieczność wyboru rodzaju artefaktu. Jest kilka możliwości. Pierwsza to zastosowanie specjalnie wykonanego przedmiotu. Zaletą takiego wyboru jest możliwość wykonania go z materiału, który zapewnia dobrą stabilność wymiarową i np. odporność na korozję. Takie przedmioty mają zwykle małe (w porównaniu z produkowanymi) odchyłki kształtu (płaskości, okrągłości) i kierunku (prostopadłości, równoległości). Taki przedmiot nie jest zazwyczaj identyczny, identyczne są jedynie najważniejsze jego powierzchnie ważne z punktu widzenia przeznaczenia czyli występujące w pomiarach charakterystyk dla których będzie szacowana niepewność pomiaru. Żeby eksperyment potrzebny do oszacowania niepewności dało się łatwo wykonać, to identyczne powinny być również powierzchnie służące do mocowania w uchwycie, w którym przedmioty są mierzone – żeby można było użyć tego samego uchwytu i programu pomiarowego. Kluczową zaletą jest jednak fakt, że w czasie jednego eksperymentu zostaną wyznaczone niepewności pomiaru dla wszystkich charakterystyk. Wymieniana zwykle jako zaleta dokładniejsze wykonanie przedmiotu jest również w pewnym sensie wadą. Eksperyment w celu oceny niepewności nie obejmie bowiem wtedy wpływu odchyłek kształtu i chropowatości. Oczywiście wady to zwykle wysoki koszt i ewentualny negatywny wpływ błędu temperaturowego.

Użycie powszechnie dostępnych wzorców jak kule wzorcowe, pierścienie wzorcowe, trzpienie wzorcowe, kątowniki itp. ma oczywiście zalety jakimi są dostępność, cena, niskie koszty wzorcowania. Wtedy jednak trudno spełnić warunki podobieństwa (np. w zakresie podobnych wymiarów). Z powodu wymienionych wad, zwykle badania niepewności ogranicza się do kilku najważniejszych charakterystyk.

Jak już wcześniej wspomniano, istotny kompromis zapewnia zastosowanie jako przedmiotu wzorcowego jednego z wykonanych przedmiotów. Zaletami są: niski, a właściwie żaden koszt samego przedmiotu, fakt, że przedmiot wzorcowy jest wykonany z tego samego materiału, jak i stuprocentowe spełnienie warunków

podobieństwa. Jedną z wad jest ryzyko braku stabilności wymiarowej, na przykład wyzwalanie się naprężeń wewnętrznych po obróbce odlewu co powoduje, że konieczna jest dość częsta rekaliibracja. Wysokie, takie jak w mierzonych przedmiotach, odchyłki kształtu i chropowatość powierzchni są zaletą z punktu widzenia podobieństwa. Jednak w tym przypadku przeprowadzenie wzorcowania z wystarczająco niską niepewnością jest zwykle trudne.

W normie nie podano modelu pomiaru. Zamiast tego jest tablica zawierająca 4 wiersze (w przypadku starszej wersji 3 wiersze). W pierwszej kolumnie podano składowe niepewności a ściślej wyliczono źródła błędów obejmowanych przez dany składnik niepewności. W drugiej podano metodę szacowania danego składnika (A lub B). W trzeciej jest symbol niepewności standardowej.

Można z tego wywnioskować, że model ma postać:

$$Y = X + \delta_{cal} + \delta_w \quad (9)$$

gdzie:

Y – wynik pomiaru,

X – wartość wskazana przez CMM,

$\delta_{cal}$  – poprawka na błąd wzorca,

$\delta_w$  – poprawka na różnice między przedmiotami i wzorcem w: chropowatości, kształcie, współczynnika rozszerzalności cieplnej, sprężystości

Rozumiemy to następująco. Jako wynik pomiaru  $Y$  przyjmuje się surowy wynik (wskazanie CMM) ewentualnie skorygowany o błąd wzorcowania przedmiotu wzorcowego i o błąd związany z przedmiotem. Korekcja jednak nie będzie wykonywana, czyli obie poprawki  $\delta_{cal}$  i  $\delta_w$  są przyjęte jako równe zero i szacujemy tylko niepewności tych składników.

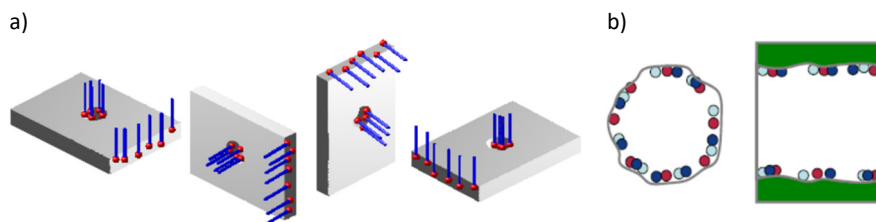
Jednak przede wszystkim należy uwzględnić fakt, że pomiary w wytwarzaniu maszyn są wykonywane jednokrotnie, wobec tego konieczne jest uwzględnienie pewnego rodzaju powtarzalności. W tej „powtarzalności” muszą się znaleźć wszystkie czynniki, które mogą powodować zmiany wyniku w czasie, a w tym przypadku są to wszelkie zmiany związane z CMM i warunkami temperaturowymi. Uchwycenie tych zmian będzie możliwe, jeżeli powtórzymy pomiar tego samego przedmiotu wielokrotnie w rozciągniętym okresie czasu.

Taka „długoterminowa powtarzalność” ma swoją nazwę: „*precyzja pośrednia pomiaru*”. Ta nazwa nie jest jednak używana w normie. Precyzja pośrednia pomiaru jest zdefiniowana w ISO/IEC Guide 99 jako „*precyzja pomiaru w warunkach precyzji pośredniej pomiaru*”, a „*warunek precyzji pośredniej pomiaru*” to „*warunek pomiaru, spośród zbioru warunków, który to zbiór obejmuje tę samą procedurę pomiarową, to samo miejsce oraz pomiary powtarzane na tym samych lub podobnych obiektach w rozciągniętym okresie czasu; może też obejmować inne uwarunkowania pociągające za sobą zmiany*”. Po obliczeniu wartości średniej i odchylenia standardowego są dwie możliwości: albo zaobserwowany błąd systematyczny jest korygowany – wtedy postępuje się według nowej normy, albo nie – i wtedy wykonuje się obliczenia według starej, omówionej w specyfikacji technicznej.

### 4.3. Inne metody

Wyznaczania niepewności pomiarów współrzędnościowych dotyczy również dokument VDI/VDE 2617-11 (Accuracy of coordinate measuring machines. Characteristics and their checking [10]. Determination of the uncertainty of measurement for coordinate measuring machines using uncertainty budgets). Z tytułu dokumentu wynika, że chodzi o metodę budżetu niepewności, czyli w rozumieniu przewodnika GUM „metodyka GUM” a według klasyfikacji w ISO/TS 15530-1 „analiza wrażliwości” (sensitivity analysis). Dokument powstał na bazie prac Pressela, Hernli i Hageney’a [15, 16, 17]. Opisana tam metodyka jest bardzo trudna do użycia, wymaga wiedzy eksperta. Powodem jest fakt, że używa podejścia dwuetapowego. Ale problemem nie jest sam fakt podziału na dwa etapy, tylko sposób/miejsce tego podziału. W pierwszym etapie oceniane są niepewności pomiaru parametrów elementów geometrycznych, a w drugim etapie charakterystyki.

I jeszcze kilka słów o projekcie normy ISO 15530-2. Podobnie jak to było z metodą podstawieniową (substitution) metoda z użyciem wielu strategii pomiarowych to metoda pomiaru dedykowana przedmiotom o prostej postaci konstrukcyjnej i stosowana do wzorcowania przedmiotów wzorcowych (artefaktów). Zakłada się, że w celu poprawienia dokładności, pomiar artefaktu wykonuje się w kilku różnych orientacjach w przestrzeni maszyny (rysunek 10a) i jako wynik przyjmuje się wartość średnią. Dokładniejsze wyniki uzyskuje się dzięki temu, że różne błędy geometryczne maszyny pomiarowej przynajmniej częściowo się skompensują.



Rysunek 10. Schemat wyjaśniający istotę metody wielopozycyjnej

Bierze się także pod uwagę możliwość uwzględnienia wpływu odchyłek kształtu, poprzez zmianę w kolejnych pomiarach strategii próbkowania (rysunek 10 b). Ponadto, dodatkowo wykonuje się pomiar przynajmniej jednego wzorca średnicy zewnętrznej (kula) i jednego średnicy wewnętrznej (pierścien) z użyciem różnych trzpieni pomiarowych.

### 4.4. Propozycja ATH

W ATH opracowano metodę umożliwiającą zdefiniowanie modelu pomiaru i utworzenie budżetu niepewności dla wszystkich możliwych charakterystyk mierzonych techniką współrzędnościową, tzn. dla wymiarów i wszystkich rodzajów odchyłek geometrycznych (kształtu, kierunku, położenia i bicia). Podstawą opracowanej metody jest zauważenie oczywistego faktu, że praktycznie wszystkie czynniki mające wpływ na niepewność pomiarów współrzędnościowych są objęte w jednej charakterystyce metrologicznej CMM, a mianowicie w wartości MPE. Ze względu na fakt, że pomiary wykonywane są w trybie automatycznym wpływ czynnika ludzkiego jest znikomy. Podobnie z wpływem środowiska - maszyny

pomiarowe pracują w pomieszczeniach zapewniających warunki środowiskowe określone przez producenta. W omawianej metodzie modele pomiaru mają postać wzorów według których można obliczyć poszczególne charakterystyki (wymiary, odchyłki geometryczne) na podstawie minimalnej matematycznie liczby punktów mierzonego przedmiotu. Wielkościami wejściowymi w tych modelach są różnice współrzędnych niektórych par tych punktów. Dlaczego różnice współrzędnych a nie współrzędne. Po pierwsze dlatego, że układy pomiarowe faktycznie mierzą różnice i są wzorcowane ze względu na różnice (odległości między parami punktów), po drugie różnice często dają pozytywny skutek w postaci kompensacji błędów systematycznych. Metoda jest opisana w licznych publikacjach [18 ÷ 26].

## 5. Podsumowanie

W artykule przedstawiono obecny stan normalizacji w zakresie szacowania niepewności pomiaru. Aktualnie jedyną uniwersalną i możliwą do użycia metodą szacowania niepewności pomiarów współrzędnościowych jest metoda z użyciem wyzorcowanego przedmiotu opisana w ISO 15530-3. Do bezpośredniego użycia teoretycznie nadaje się technika symulacyjna pod warunkiem zakupienia odpowiedniego oprogramowania – norma nie podaje żadnych wskazówek co do tworzenia takiego oprogramowania. Oprócz komercyjnych programów VCMM i Pundit w literaturze spotyka się informacje o opracowaniu w różnych jednostkach własnego oprogramowania symulacyjnego.

Szacowanie niepewności pomiaru, a szczególnie pomiarów współrzędnościowych nie jest zadaniem łatwym. Warto jednak poznać niepewność pomiaru chociażby kilku najważniejszych charakterystyk. Wykonanie obliczeń „na piechotę” nie jest możliwe. Spośród dostępnych zdecydowanie najtańsze rozwiązanie to metoda analizy wrażliwości opracowana w ATH. Szczególną jej zaletą jest czytelny budżet niepewności.

## LITERATURA

1. JCGM 104:2009 Evaluation of measurement data. An introduction to the “Guide to the expression of uncertainty in measurement” and related documents.
2. JCGM 100:2008 Ewaluacja danych pomiarowych. Przewodnik wyrażania niepewności pomiaru (Evaluation of measurement data. Guide to the expression of uncertainty in measurement).
3. JCGM 101:2008 Evaluation of measurement data. Supplement 1 to the “Guide to the expression of uncertainty in measurement”. Propagation of distributions using a Monte Carlo method.
4. EA-4/02 M:2013 Wyznaczanie niepewności pomiaru przy wzorcowaniu (Evaluation of the Uncertainty of Measurement In Calibration).
5. ISO 14253-2:2011 Geometrical product specifications (GPS). Inspection by measurement of workpieces and measuring equipment. Part 2: Guidance for the estimation of uncertainty in GPS measurement, in calibration of measuring equipment and in product verification.

6. ISO/TS 15530-1:2013 Geometrical product specifications (GPS). Coordinate measuring machines (CMM): Technique for determining the uncertainty of measurement. Part 1: Overview and metrological characteristics.
7. PN-EN ISO 15530-3:2011 Specyfikacje geometrii wyrobów (GPS). Współrzędnościowe maszyny pomiarowe (CMM): Metoda wyznaczania niepewności pomiaru. Część 3: Zastosowanie przedmiotów wzorcowych i wzorców.
8. ISO/TS 15530-3:2004 Geometrical Product Specifications (GPS). Coordinate measuring machines (CMM): Technique for determining the uncertainty of measurement. Part 3: Use of calibrated workpieces or standards.
9. ISO/TS 15530-4:2008 Geometrical product specifications (GPS). Coordinate measuring machines (CMM): Technique for determining the uncertainty of measurement. Part 4: Evaluating task-specific measurement uncertainty using simulation.
10. VDI/VDE 2617:2011 Accuracy of coordinate measuring machines. Characteristics and their checking. Determination of the uncertainty of measurement for coordinate measuring machines using uncertainty budgets.
11. PKN ISO/IEC Guide 99:2010 Międzynarodowy słownik metrologii. Pojęcia podstawowe i ogólne oraz terminy z nimi związane (VIM).
12. ISO 5725-3:1994 Accuracy (trueness and precision) of measurement methods and results. Part 3: Intermediate measures of the precision of a standard measurement method.
13. 14405-1:2016 Geometrical product specifications (GPS). Dimensional tolerancing. Part 1: Linear sizes.
14. TheFreeDictionary'sEncyclopedia  
<https://encyclopedia2.thefreedictionary.com/Substitution+Method>
15. HERNLA M.: Messunsicherheit bei Koordinatenmessungen: Ermittlung der aufgabenspezifischen Messunsicherheit durch Unsicherheitsbilanzen. Expert-verlag 2016.
16. PRESSEL, H.-G.: Genau messen mit Koordinatenmessgeräten: Grundlagen und Praxistips für Anwender. Expert-Verlag 1997.
17. PRESSEL, H.-G., HAGENEY, T.: Messunsicherheit von Prüfmerkmalen in der Koordinatenmesstechnik. Expert-verlag Renningen 2016.
18. JAKUBIEC W., PŁOWUCHA W., ROSNER P.: Szacowanie niepewności pomiaru w budowie maszyn. Budżet niepewności. *Mechanik* **12**(2016), 1802-1805
19. JAKUBIEC W., PŁOWUCHA W., ROSNER P.: Błąd temperaturowy w pomiarach geometrycznych. *Rocznik 89, Mechanik* **11**(2016), 1714-1715.
20. JAKUBIEC W., PŁOWUCHA W., ROSNER P.: Szacowanie niepewności pomiaru w budowie maszyn. Dyskusja budżetu niepewności. *Mechanik* **12**(2016), 1806-1808
21. PŁOWUCHA W.: Point-straight line distance as model for uncertainty evaluation of coordinate measurement, *Measurement*, Volume 135, March 2019, 83-95 (200).
22. PŁOWUCHA W.: Wyznaczanie niepewności pomiarów współrzędnościowych metodą analizy wrażliwości. *Akademia Techniczno-Humanistyczna w Bielsku-Białej*, 2019, s. 201.

23. PŁOWUCHA W., ROSNER P, WOJTYŁA M.: Outsourcing w szacowaniu niepewności pomiarów współrzędnościowych, *Mechanik* **10** (2019), 642-645.
24. PŁOWUCHA W.: Szacowanie niepewności pomiarów współrzędnościowych odchyłek równoległości osi metodą analizy wrażliwości, *Mechanik* **12** (2018), 1136-1139.
25. PŁOWUCHA W.: Evaluation of coordinate measurement uncertainty by sensitivity analysis – theoretical background (Szacowanie niepewności pomiarów współrzędnościowych metodą analizy wrażliwości – podstawy teoretyczne), *Mechanik* **11**(2018), 953-956.
26. PŁOWUCHA W., JAKUBIEC W., ROSNER P.: Szacowanie niepewności pomiaru. Metoda Monte Carlo. *Mechanik* **12**(2017), 1152-1154.